Math. & Sci. hum. / Mathematics and Social Sciences (42e année, n° 168, *2004*(4), p. 43-57)

INFLUENCE SOCIALE ET DIFFUSION DE L'INNOVATION

Alexandre STEYER[1], Jean-Benoît ZIMMERMANN[2]

RÉSUMÉ – *La notion de diffusion, quel que soit son objet, est centrale pour tout système ou construction sociale, car elle se trouve à la base de la mise en cohérence des comportements des individus ou de leurs représentations, donc de la coordination de leurs actions. L'idée, à l'origine de la notion de diffusion, est que les interactions entre individus sont le moteur principal de l'évolution de leurs comportements, croyances ou représentations. Notre démarche dans cet article est celle des réseaux d'influence sociale, dans lesquels l'agent est situé dans une structure de nature résiliaire où la progression de l'influence est contingente d'effets de cumul. Après avoir exposé les principes d'un modèle de diffusion en réseau, fondé sur une dynamique de cheminement de l'influence sociale, nous étudions la manière dont cette influence se propage sous la forme d'« avalanches», donnant par là une importance fondamentale à la structure du réseau. Nous analysons comment le bruit, généré par ces avalanches constitue une signature de la structure sociale et peut en retour contribuer, par effet d'apprentissage, à modifier cette structure et donc la dynamique diffusion. Nous expliquons alors pourquoi émergent des courbes de diffusion «critiques» singulières, en loi de puissance, au lieu de la forme exponentielle des courbes de diffusion traditionnelles.*

MOTS-CLÉS – Diffusion, Courbe de diffusion, Innovation, Influence sociale, Réseaux, Structure, Apprentissage, Loi de puissance

SUMMARY – Social influence and diffusion of innovation
The notion of diffusion holds a central place in any social system, because it is at the heart of individuals behaviour or representation phasing, hence of the co-ordination of their actions. The idea at the origin of the notion of diffusion is that inter-individual interactions are the driving forces of the evolution of individuals' behaviours, beliefs and representations. Our approach in this paper is based on social influence networks. Agents are embedded in network structures where the influence advance depends on cumulative effects. First we draw the foundations of a diffusion model based on social influence networks. Then we study the way of propagation of influence trough "avalanches" giving a central importance to the network topology. We consider the noise produced by those avalanches as a characteristic of the social structure that can contribute, by learning effect, to transform the network structure, hence the dynamics of the diffusion. We then explain why peculiar "critical" diffusion curves do emerge characterized by a power law instead of the exponential form of traditional diffusion curves.

KEY-WORDS – Diffusion, Diffusion curve, Innovation, Social influence, Networks, Structure, Learning, Power law.

[1] Observatoire des stratégies d'entreprises de la Sorbonne-PRISM, Université de Paris I, Alexandre.Steyer@univ-paris1.fr
[2] Groupement de recherche en économie quantitative d'Aix-Marseille (GREQAM) - CNRS, jbenoit@ehess.univ-mrs.fr

La notion de diffusion, quel que soit son objet, est centrale pour tout système ou construction sociale, car elle se trouve à la base de la mise en cohérence des comportements des individus ou de leurs représentations, donc de la coordination de leurs actions. À ce titre, elle constitue une préoccupation importante en sciences humaines et sociales, notamment en économie et en sociologie, que l'on se situe dans une optique comportementale ou cognitive. L'idée de base, à l'origine de la notion de diffusion, est que les interactions entre individus sont le moteur principal de l'évolution de leurs comportements, croyances ou représentations. Ces interactions peuvent être directes, d'individu à individu, ou indirectes, c'est-à-dire relayées par un media ou une institution (journaux et publicité, partis et syndicats, marché…). Qu'il s'agisse de l'adoption d'une innovation ou d'une idée nouvelle, de la propagation d'une opinion ou de la séduction des consommateurs, il est clair que les deux types d'interactions sont en général à l'œuvre et combinent leurs effets pour orienter l'évolution des états individuels.

En termes de modélisation, la prise en compte des effets des signaux globaux (interactions indirectes) ne pose pas de problème majeur. Ainsi la viabilité économique d'une nouvelle technologie de production dépendra à la fois de son coût de mise en œuvre et de la structure des prix relatifs des facteurs de production concernés. En revanche, les effets d'interactions directes (signaux «!locaux!») génèrent des dynamiques complexes dans lesquelles la structure sociale joue un rôle déterminant, dans la mesure où c'est elle qui conditionne la propagation de l'influence inter-individuelle.

Car tel est bien le rôle fondamental de l'influence sociale (quelle que soit sa nature, économique ou non) dans les processus de diffusion, les individus générant leur état propre sur la base des signaux reçus de leur environnement social et répercutant à leur tour à cet environnement un signal reflet de leur état. En ce qui concerne la diffusion des inventions, dès le 19e siècle, le sociologue Gabriel Tarde avait bien mis en avant l'importance de l'influence sociale et la manière dont celle-ci est à la base de la formation d'une valeur de l'invention, fondée sur sa diffusion. «!Avant d'être une production et un échange de services, la société est d'abord une production et un échange de besoins aussi bien qu'une production et un échange de croyances!; c'est indispensable!» [Gabriel Tarde, «!Darwinisme naturel et darwinisme social!», *Revue Philosophique*, t. XVII, 1884, p.619, cité par M.Lazzarato, 2002].

Dès lors, la question de la diffusion d'une innovation, d'un standard, d'une opinion ou d'une information, ne doit pas tant être comprise dans les termes statiques d'un niveau d'adoption (relatif par exemple à un niveau de prix), que dans un entendement dynamique, témoin de sa propagation au sein d'une population. Ainsi E.M. Rogers propose la definition : «!Diffusion is the process by which an *innovation* is *communicated* through certain *channels* over *time* among the members of a *social system*!» [Rogers, 1983]. La représentation la plus courante de cette dynamique est par conséquent celle d'une «!courbe de diffusion!» décrivant, au fil du temps, l'évolution du niveau d'adoption, relativement à la population de référence. Cette courbe, quand elle est représentée sous forme cumulative, revêt généralement une forme «!en S!», ainsi que Gabriel Tarde l'avait déjà observé. Les parties successives d'une telle courbe correspondent à l'entrée en jeu d'un *continuum d'agents* souvent catégorisés en types successifs!: innovateurs (dont l'adoption n'est pas le résultat de l'influence sociale, mais va en permettre l'amorce), adopteurs précoces, majorité précoce et tardive, retardataires. On comprend que, dans cette conception du rôle des *innovateurs* et de leur *exogénéité*,

au processus de diffusion soit associée une notion de *seuil* nécessaire au lancement d'une *dynamique endogène*. Les particularités du seuil sont bien entendu dépendantes à la fois des caractéristiques de l'innovation et de la structure du système social, support du cheminement de l'influence [Valente, 1995]. On comprend également qu'à l'inverse la courbe de diffusion tend vers une limite excluant un sous-ensemble d'individus qui ne deviendront pas adopteurs, soit pour des raisons qui leur sont propres (notamment économiques) soit par leur situation aux marges ou à l'extérieur de la zone d'influence sociale. Cette population limite est désignée quantitativement comme le «!potentiel!» du processus de diffusion.

Dans la littérature économique relative à la diffusion de l'innovation, on peut, schématiquement, distinguer trois grandes catégories de modèles :

1. La première catégorie est celle des modèles fondateurs de Bass puis de Mansfield, dits modèles logistiques, dans lesquels la logique est celle de la cinétique chimique. Dans un monde sans frottement les agents ont une équiprobabilité de rencontre deux à deux et sont simplement dotés d'une réceptivité individuelle qui modère par un paramètre la probabilité de transmission inter-individuelle. La dynamique est celle d'une courbe «!en S!».
2. La seconde catégorie est celle des modèles dits épidémiques. Ici les agents sont localisés dans une structure généralement métrique où les voisinages sont définis de manière spatiale. La communication se fait d'individu à individu, ce qui apparente cette approche aux réseaux de communication, *modulo* un facteur individuel de réceptivité. Les problèmes de diffusion s'apparentent alors ici à des modèles de percolation.
3. La troisième catégorie enfin est celle des réseaux d'influence sociale, dans lesquels l'agent est situé dans une structure de nature résiliaire où la progression de l'influence est contingente d'effets de cumul. C'est à cette dernière catégorie de modèles que nous rattachons notre démarche que nous allons détailler plus avant.

Après avoir exposé les principes d'un modèle de diffusion en réseau, fondé sur une dynamique de cheminement de l'influence sociale (Section 1), nous étudierons la manière dont cette influence se propage sous la forme d'«avalanches!», donnant par là une importance fondamentale à la structure du réseau (Section 2). Nous analyserons comment (Section 3) ce bruit, généré par la structure sociale dont elle constitue une *signature*, peut en retour, contribuer!, par effet d'apprentissage, à modifier cette structure et donc la dynamique diffusion. Nous expliquerons alors (section 4) pourquoi émergent des courbes de diffusion «!critiques!» singulières, en loi de puissance, au lieu de la forme exponentielle des courbes de diffusion traditionnelles.

1. LES FONDEMENTS D'UN MODELE DE DIFFUSION A STRUCTURE RESILAIRE

Notre propos dans cet article est focalisé sur la dynamique endogène de la diffusion et, plus particulièrement sur la manière dont la structure sociale conditionne la propagation de l'influence qui en est le moteur. Adoptant le point de vue de la sociologie économique, d'individus «!encastrés!» dans un faisceau de relations sociales, l'outil analytique de base auquel nous nous référons est celui de *réseau social*. La notion de réseau social trouve son origine dans les premiers travaux de sociologues et de psychologues des années 1920 et 1930 qui amorcèrent une rupture dans l'approche globale des sociétés et des cultures, pour s'intéresser aux relations entre les individus

d'un groupe et la manière dont les structures résultantes au niveau du groupe pouvaient apparaître comme porteuses de dynamiques internes de changement [Rumsey, 1998]. Plus tard, la notion de «!*capital social*!» [Bourdieu, 1980!;!Coleman, 1988] met l'accent sur les rendements attendus d'un investissement dans les relations sociales et reflète la capacité d'un individu à bénéficier de certaines ressources à travers le réseau social [Lin, 1999].

Ici la notion d'intermédiarité nous semble revêtir une importance toute particulière. L'idée d'intermédiarité, due à Linton Freeman [1979], met l'accent sur l'existence d'individus de faible degré de centralité, pourtant indispensables aux échanges [Degenne, Forsé, 1994, p.158]. Aujourd'hui, cette notion d'intermédiarité continue de jouer un rôle essentiel, y compris dans les structures de réseaux fortement connexes, dont Internet peut être considéré comme l'archétype. Ainsi Thierry Pénard [2002] récuse le mythe selon lequel Internet permettrait une désintermédiation du commerce alors que ce sont de nouveaux types d'intermédiaires qui ont vu le jour: portails, moteurs de recherche, sites de comparaison de prix, sites d'enchères, … Plus généralement, le concept d'hyperlien sur Internet permet de faire jouer à plein les chaînages d'intermédiation dans la structuration du réseau.

En théorie des jeux coopératifs, Gérard Hamiache [1999] propose une nouvelle valeur d'un jeu coopératif, qui rémunère la position d'agents intermédiaires (*middlemen*) dans la production de valeur. Cette notion d'intermédiarité, qui est à la base même du concept de réseau, occupe également une place importante dans la littérature consacrée à la formation stratégique de liens. Ainsi Bala et Goyal [2000] font dépendre le paiement d'un agent non seulement du gain direct espéré dans l'établissement d'un lien avec un autre agent, mais aussi des gains indirects que ce lien lui ouvre de la part de tiers avec lesquels cet agent est à son tour connecté. On retrouve ici l'idée de la «!!orce de liens faibles!» proposée par M. Granovetter [1982]!:

> (…) *social sytems lacking in weak ties will be fragmented and incoherent. New ideas will spread slowly, scientific endeavors will be handicapped, and subgroups that are separated by race, ethnicity, geography, or other characteristics will have difficulty reaching a modus vivendi* (…) *The significance of weak ties is that they are far more likely to be bridges than are strong ties*!

Cette notion d'intermédiarité, renforcée par la prise en considération de l'importance des liens faibles, prend toute son ampleur dès lors que l'on veut bien considérer les aspects cumulatifs de l'influence sociale à laquelle est soumise un individu. En d'autres termes un agent donné est le récepteur d'un ensemble de signaux en provenance de son environnement relationnel. Et c'est bien ce cumul de signaux, traité ou agrégé de manière appropriée, qui est pris en considération dans son processus de décision ou de changement d'état. Ainsi, là où l'influence d'un individu à un autre est insuffisante pour entraîner le changement (ici l'adoption de l'innovation), l'influence cumulée de son environnement social peut au contraire le permettre. On comprend immédiatement que la prise en compte de cet effet de cumul a des conséquences importantes sur la dynamique de la diffusion[3], mais aussi sur la structure sociale limite et donc sur le potentiel de la diffusion.

---

[3] Deroïan et Zimmermann [2001] montrent que lorsque l'on applique un tel principe de cumul dans le modèle logistique de Bass, on transforme le démarrage exponentiel classique décrivant le taux de diffusion $y(t)=y(0)e^{\alpha t}$ en une loi de puissance $y(t)=((-y(0)/\beta)^{-\alpha} - \alpha\beta C_c^{\alpha} t)^{-1/\alpha}$ où c est le nombre d'individus rencontrés à chaque période et β le seuil de persuasion ($\beta\beta c$).

Sur la base de ces considérations, nous construisons le modèle de diffusion suivant, fondé sur le cheminement de l'influence à travers le réseau social.

Soit I = {1, …., N} une population de N agents.

À tout instant t, chaque agent $i \in I$ peut être décrit par son état soit $f_i^t \in [0,1]$ qui représente par exemple une opinion sur une échelle donnée, mais aussi un goût pour l'innovation dont on étudie la diffusion ou une propension à l'adopter. f_i^t est aussi dénommé «activité» de i au temps t.

D'un autre côté, tout agent i est considéré comme encastré dans un faisceau de relations décrit par un vecteur $(g_{ij})_{j \in I}$ où g_{ij} constitue une mesure de l'intensité du lien de j à i, c'est-à-dire de l'influence exercée par j sur i ou en d'autres termes le poids relatif de j dans le processus de décision de i. Par définition on suppose $g_{ij} \in [0,1]$, mais on peut tout aussi bien envisager que g_{ij} puisse prendre des valeurs négatives, traduisant alors une attitude d'aversion de i à l'égard de j, donc une influence a contrario de j sur i quant au problème de diffusion en cause. Par convention, il est commode de considérer que les g_{ij} sont assujettis à une contrainte de normalisation de type $\sum_{j \in I} g_{ij}^{\alpha} = 1$ avec $\alpha > 0$ qui représente une normalisation euclidienne pour $\alpha = 2$ ou une contrainte de type budgétaire pour $\alpha = 1$. Cette règle de normalisation permet de considérer que les agents ont une capacité d'«écoute» limitée de leur environnement et que cette capacité est ici égale pour tous.

La matrice d'influence $G=(g_{ij})_{ij \in I}$ décrit le graphe d'influence au sein duquel sont encastrés les agents de la population I. Il s'agit d'un graphe valué et orienté dans la mesure où les relations d'influence inter-individuelles n'ont aucune raison d'être considérées comme symétriques, c'est-à-dire qu'en général $g_{ij} \neq g_{ji}$. En outre le terme diagonal g_{ii} d'«auto-influence» de i sur lui-même, s'il n'est pas considéré a priori comme nul, traduit l'inertie de l'agent i à l'influence de son environnement social, la mémoire de ses états passés.

Ainsi à chaque instant tout agent $i \in I$ reçoit de son environnement (et de lui-même si $g_{ii} \neq 0$) une série de signaux relatifs aux états des autres agents. Il en résulte un cumul d'influence, par la pondération de chacun de ces signaux individuels par l'influence inter-individuelle que chacun de ces agents exerce sur i, soit un signal cumulé $\sum_{j \in I} g_{ij} f_j^t$.

Ce signal cumulé intervient alors comme input de la fonction de décision de l'agent i, lequel va modifier son état à travers un processus de transition individuel donné par

$$f_i^{t+1} = F\left(\sum_{j \in I} g_{ij} f_j^{t_j}\right)$$

F, dite fonction d'activation ou fonction de transfert est une fonction définie sur R_+ à valeur dans [0,1]. Elle peut être une fonction à seuil comme une fonction en escalier à valeurs dans {0,1}, ou une fonction affine bornée de type $F(x) = 0$ ssi $x \leq x_0$, $= 1$ ssi $x \geq x_1$ et $= \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}$ $\forall x \in [x_0 , x_1]$. Elle peut également adopter une forme continûment différentiable comme $F(x) = Th(\lambda_i x)$ où λ_i représente la *réceptivité* globale de

l'agent i à l'influence sociale [Deroïan, 2002]. Lorsque α_i tend vers l'infini, la fonction tend vers une fonction en escalier.

À tout instant, il est possible de mesurer l'avancée globale de la diffusion en estimant une «!activité globale de la population!» $\sum_{i=1} f_i^t$ et par conséquent un taux de diffusion qui peut être exprimé sous la forme d'une espérance globale d'adoption, soit $y(t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1} f_i^t$

2. LE CHEMINEMENT DE L'INFLUENCE SOCIALE DANS UN RESEAU ALEATOIRE

Sans aucun doute, une dynamique de diffusion fondée sur le cheminement de l'influence sociale requiert des conditions d'amorçage d'origine exogène plus ou moins exigeantes. De telles conditions sont le plus souvent exprimées en termes de «!masse critique!», faisant ainsi référence à l'idée qu'une norme, quelqu'en soit sa nature (standard technique, norme de consommation, de comportement, opinion…), pour généraliser son adoption, doit être impulsée par un nombre minimum d'«!innovateurs!», susceptibles de constituer collectivement la racine du processus de diffusion. L'adoption, de la part de ces individus, n'est pas le résultat d'un processus social à proprement parler, mais une conséquence de leurs caractéristiques propres, intrinsèques!: goût pour la nouveauté, aversion au risque, … ou du fait qu'ils aient été pris comme cible d'une stratégie de marketing particulière.

Comme le remarque Tom Valente [1995]!:

> *The critical mass is a powerful metaphor and convenient phrase often used in a deus ex machine manner to solve theoretical discussions.* (…) *The critical mass is a system level measure of the minimum number of participants needed to sustain a diffusion process.* (…) *But these vague notions* (…) *do not specify which individuals constitute a critical mass or what proportion of adopters qualifies the critical mass.*

Il nous faut donc aller plus loin. Dans cet esprit, Bikhchandani, Hirschleifer et Welch [1998] décrivent de manière très instructive la stratégie de diffusion d'un ouvrage de management!:

> *In 1995, management gurus Michael Treacy and Fred Wiersama secretly purchased 50!!00 copies of their business strategy book "The Discipline of Market Leaders" from stores across the nation. The stores they purchased from just happened to be the one whose sales are monitored to select books for the New York Times bestseller list. Despite mediocre reviews, their book made the bestseller list. Subsequently, the book sold well enough to continue as a bestseller without further demand intervention by the authors. Presumably, being on a bestseller list helps a book sell more because consumers and reviewers learn from the actions of previous buyers.*

Cet exemple illustre bien une dimension supplémentaire du concept de masse critique. Si tant est qu'on se situe dans le contexte d'une structure sociale non homogène, le succès d'un processus de diffusion ne dépend pas de la seule proportion

des adopteurs initiaux par rapport à la population totale, mais aussi de leur identité ou plutôt de leur situation au sein de la structure sociale.

Dès lors, ces individus adopteurs sont à l'origine du déclenchement d'un processus de diffusion fondé sur des réactions en chaîne susceptibles ou non de s'élargir à l'ensemble de la structure sociale. Dans les modèles de type épidémique ou mimétique, la transmission se fait d'un individu à l'autre avec une certaine probabilité dépendant du degré de réceptivité de l'individu cible. Dans le modèle des cascades informationnelles de Bikhchandani et al (1998), le comportement de chaque individu dépend des comportements successifs de ses prédécesseurs dans une chaîne donnée de transmission, entraînant des processus de renforcement ou au contraire d'affaiblissement du signal.

Dans le modèle à cumul d'influence auquel nous nous attachons ici, le cheminement de l'influence est un phénomène plus complexe. Il ne résulte plus d'une transmission d'un individu à un autre, mais d'une transmission à un individu de la part de l'ensemble de son environnement relationnel, ce que traduit l'expression du signal cumulé $\sum_{j \in I} g_{ij} f_j^t$. Cette modalité de transmission est à la fois beaucoup plus exigeante en ce qu'elle recouvre un processus local de construction de norme, mais en même temps, elle est susceptible d'assurer une transmission à travers des individus dont le pouvoir de persuasion, porté par chacun d'eux individuellement, serait insuffisant pour entraîner le basculement d'un individu récepteur. En d'autres termes le cheminement de l'influence peut résulter de formes d'éclatement et de regroupement qui conditionnent sa dynamique. Nous appelons «!avalanche!» [Steyer, 1995] ce type complexe de cheminement pour le distinguer de la forme linéaire de la transmission individu à individu[4].

Figure 1. Deux modalités de cheminement de l'influence

Nous avons montré que, dans un tel contexte, la notion de seuil critique s'enrichit alors d'un effet d'incertitude d'origine structurelle (où sont situés les adopteurs initiaux!?), donnant naissance à une «!frontière critique!» [Steyer, Zimmermann, 1998], d'épaisseur non nulle, séparant une zone d'échec d'une zone de succès de la diffusion,

[4] De la même façon qu'en ce qui concerne les «!cascades informationnelles!», la métaphore ne doit pas être poussée au-delà de l'idée d'une dynamique de propagation. Dans les avalanches de neige ou de sable, la propagation est portée par le changement de position des éléments, cristaux ou grains, dans une structure spatiale. Ici, elle est générée par la transmission de signaux entre des individus au sein d'une structure fixe de communication.

selon le niveau initial de l'adoption. Sur cette frontière elle-même, l'issue de la diffusion est indéterminée et dépend du positionnement des adopteurs initiaux dans la structure sociale.

En outre l'anisotropie du réseau social, mesurée par l'inverse de son entropie, tend à accroître l'épaisseur de la frontière, donc de la zone d'incertitude et à en abaisser le niveau donc le nombre minimal d'adopteurs initiaux susceptibles de déclencher une diffusion réussie. En d'autres termes, davantage de structure permet le succès d'une diffusion à moindre niveau initial d'adoption, mais rend son issue plus incertaine.

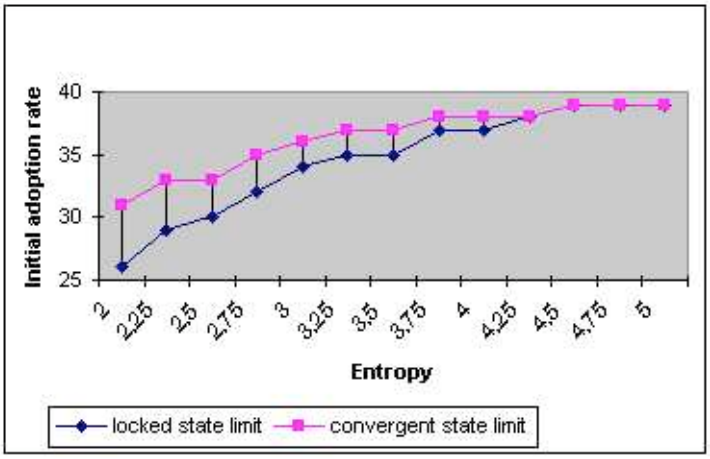

Figure 2. Frontière critique et transition de phase dans la diffusion de l'innovation (*source* Steyer et Zimmermann [1998])

Dans la section qui suit, nous allons examiner en détail le lien entre l'issue de la diffusion (succès ou échec) et la structure du réseau social. Nous montrerons que le rôle déterminant de la structure du réseau explique la grande difficulté à prévoir les succès et les échecs, malgré les instruments mis au point par les chercheurs depuis plusieurs décennies.

3. LA DIFFUSION COMME UN PROCESSUS BRUITE ET APPRENANT

En réalité, une dynamique de diffusion constitue un processus beaucoup plus complexe et plus erratique que la représentation lissée qu'en donne une courbe en S d'apparence monotone et continue. À la tendance générale se superpose un bruit, ou résidu, qui peut parfois être important surtout au début du processus de diffusion. Comme on le verra, ce bruit joue en pratique un rôle très important et on ne peut faire l'économie de sa prise en compte dans la modélisation. La plupart du temps, les modèles économétriques utilisés en prévision considèrent ce bruit comme une variable aléatoire gaussienne sans mémoire. La justification de cet a priori résulte du théorème central-limite qui assure, moyennant quelques contraintes, que l'agrégation d'un grand nombre d'individus tend vers une loi normale. Cette hypothèse est généralement admise pour toute application de la théorie de la diffusion sur des données empiriques issues de la réalité socio-économique.

Or, force est de constater dans la pratique que les capacités de prévision de ces modèles, pour la diffusion d'un nouveau produit ou d'un nouveau standard, sont en général très mauvaises. Le biais entre prévision et réalité semble jouer le plus souvent

dans le sens d'une sous-estimation de l'ampleur de la diffusion (exemple des ventes de téléphones mobiles au début de leur existence) plutôt que dans celui de leur sur-estimation. Confronté à ces questions chaque praticien tente de trouver des facteurs d'explication exogènes tels que les campagnes publicitaires ou les politiques de prix, ou introduisent dans les modèles des variables instrumentales qui ont pour fonction de réduire ce biais. Nous entendons montrer au contraire ici que l'origine du problème réside, pour partie au moins, dans le fait que c'est la structure sociale elle-même qui génère la distribution du résidu, rendant alors toute prévision économétrique fiable véritablement impossible.

Le bruit, pour ce qui nous intéresse ici, a une origine sociale, puisqu'il est issu de la dimension structurelle de l'encastrement social des individus. Dans la lignée des travaux fondateurs de Bass [1969], nous avons distingué deux catégories d'agents, les innovateurs et les suiveurs. Les premiers ne subissent aucune influence sociale, leur adoption résulte de facteurs externes comme la publicité ou le goût pour la nouveauté. A chaque fois qu'un innovateur adopte, il entraîne derrière lui une avalanche de suiveurs. Cette avalanche peut être importante ou limitée en fonction de la position de l'innovateur dans le tissu social. Elle constitue l'origine sociale du bruit. Une diffusion peut être vue comme une suite de déclenchements successifs d'avalanches de taille variable. Cette succession d'avalanches entraîne une certaine irrégularité dans la progression de la diffusion. D'une certaine manière un tel bruit constitue une signature de la structure sociale, dans la mesure où il traduit les particularités de la progression de l'influence sociale à travers un milieu non homogène car socialement structuré.

Pour expliciter cette question, nous allons nous appuyer sur un système social simplifié. Ce système modèle va nous permettre de mieux comprendre les définitions et les propriétés des concepts que nous allons être amenés à introduire. Précisons tout d'abord la structure des avalanches. À un instant aléatoire, un innovateur adopte. Il est en relation avec k autres individus sur lesquels il exerce une influence et l'on désigne par p la probabilité pour chacun d'entre eux d'adopter à son tour. En moyenne, l'innovateur entraîne donc dans l'adoption $k\,p$ individus. Ceux-ci, à leur tour vont en entraîner $k\,p$ autres et ainsi de suite par effet boule de neige. Mais il est également possible que ce processus s'arrête. Ainsi, l'avalanche peut ne concerner que le seul innovateur initial avec une probabilité $(1 - p)^k$. Par abus de langage, nous dirons que l'avalanche est de durée t si entre l'innovateur et le dernier adopteur il y a eu t-1 individus intermédiaires. Notons que, pour simplifier ici, nous supposons qu'il n'y a pas de boucles possibles.

Dans le cadre de ce modèle très simple, comment prévoir le succès ou l'échec de la diffusion de l'innovation ? Les méthodes d'enquête classiques en marketing permettent de déterminer le nombre des innovateurs. En étudiant les réactions à la présentation d'un produit, son prix et sa publicité, dans le cadre d'un marché témoin, éventuellement simulé, on est capable d'estimer la probabilité d'achat d'un innovateur. En revanche, en ce qui concerne les suiveurs, cette estimation se heurte à l'impossibilité de simuler leur environnement social.

Ce problème peut cependant trouver une issue grâce aux enseignements de la théorie de la percolation. Celle-ci nous indique qu'il n'y a de fait que deux possibilités. Si p est plus petit que 1/ k, le réseau est dit *sous-critique* et les avalanches ont des durées finies. Chaque innovateur entraîne un nombre plus ou moins stable de suiveurs. La courbe de diffusion totale est donc proportionnelle à la courbe de diffusion restreinte aux seuls innovateurs. Il n'y a aucune raison *a priori* pour que cette proportionnalité soit

suffisante pour atteindre l'ensemble du marché potentiel. Dans cette situation, on peut donc être dans une situation d'échec relatif de diffusion de l'innovation. La croissance initiale de la courbe de diffusion est en général linéaire, puisque proportionnelle au nombre d'innovateurs. Au contraire si p est supérieur à 1/k, le réseau est dit *sur-critique* et les avalanches ont une probabilité importante de ne jamais s'arrêter. En fait, elles finissent par le faire dès lors que tout le marché potentiel est saturé. Nous sommes donc ici dans une situation de succès de la diffusion. Comme $k\,p > 1$, la croissance initiale de la diffusion est exponentielle.

Dans ces deux situations le bruit observé n'a aucune raison de ne pas suivre les conditions d'application du théorème central limite. Pour prévoir le succès ou l'échec d'une innovation au début de sa diffusion, il suffit de tester une croissance linéaire contre une croissance exponentielle avec les moyens classiques de l'économétrie. Le cas $p=1/k$ présente des caractéristiques très intéressantes comme l'apparition de distribution en loi de puissance. Il n'y a cependant aucun mécanisme social ou économique qui permette de stabiliser le système sur cette valeur particulière. Elle n'a donc en soi aucune chance d'être observée.

Mais le raisonnement que nous venons de tenir, ne tient pas compte du fait que le réseau social, vecteur de l'influence inter-individuelle, est né du vécu des individus et de leurs interactions dans le temps. Il est notamment le fruit d'innovations successives et diverses qui s'y sont diffusées et qui sont susceptibles de l'avoir façonné. L'apprentissage individuel, qui prend place dans ce contexte bruité, constitue lui aussi un processus aux fondements évolutifs. En d'autres termes, le flux des signaux auquel est soumis un individu ne représente pas seulement une contribution directe à son changement d'état (adopter ou non), mais contribue également à l'évolution de son encastrement, ce qui correspond en quelque sorte à une contribution au second degré à son changement d'état. L'encastrement social d'un individu ne peut pas être considéré comme figé, mais au contraire comme évolutif, en fonction du vécu respectif des individus. En effet la nature de la relation à travers laquelle se transmet un signal d'influence d'un individu à un autre est un construit qui recouvre au moins trois dimensions complémentaires. En premier lieu une dimension de réputation de l'individu observé qui résulte à la fois de ses compétences objectives et de la construction sociale de sa réputation. En deuxième lieu une dimension subjective, voire affective de la relation, qui conditionne la perception d'un individu par un autre. Enfin une dimension historique de la relation, à travers les interactions passées, qui conditionne l'appréciation de la qualité des signaux transmis, donc l'intensité de l'influence.

Cette nécessité d'endogénéisation des structures sociales peut se traduire dans le modèle proposé par l'idée qu'une plus ou moins grande proximité entre le positionnement individuel de l'agent (décision-opinion) et celui des autres agents, au sein de son voisinage relationnel, peut le conduire à modifier, en conséquence, l'intensité de ses liens inter-individuels. Cette fois l'apprentissage social n'est plus restreint aux seuls processus de changement des individus, mais s'étend à la structure sociale elle-même. Le bruit généré par le cheminement de l'influence sociale à travers les avalanches devient lui-même facteur d'apprentissage social et contribue donc à générer de la structure.

4. APPRENTISSAGE SOCIAL ET LOIS DE PUISSANCE

La notion d'homophilie émerge ici spontanément. Lorsque deux individus ont partagé par le passé les mêmes attitudes à l'égard de l'innovation, leur influence respective va tendre à augmenter. Au contraire, quand un individu a adopté et pas l'autre, cette influence va diminuer. Reprenons notre exemple des avalanches simplifiées avec cette fois k=2. Lorsqu'un individu m adopte il est susceptible d'entraîner derrière lui deux autres individus i et j. Soient p_i et p_j les probabilités que i et j adoptent effectivement sous l'influence de m. Si i et j prennent la même décision, d'adoption ou de rejet, l'état local du réseau social que traduisent p_i et p_j reste inchangé. Si par contre i adopte mais pas j, alors l'homophilie va jouer son rôle et renforcer p_i au détriment de p_j. Nous formalisons ce renforcement par la transformation

$$p_i \rightarrow p_i + \alpha \text{ et } p_j \rightarrow p_j - \alpha$$

Le paramètre α traduit l'intensité de l'apprentissage. Le paramètre β permet quant à lui de tenir compte des rendements décroissants de l'influence sociale (β >1) plus un individu se rapproche d'un autre et plus il l'influence mais ce de manière décroissante car il y a saturation. Durant toute la simulation les probabilités sont contraintes à demeurer entre 0 et 1 (si l'une des bornes est atteinte, ce lien n'est plus soumis à l'apprentissage). La quantité $p_i^{\beta} + p_j^{\beta}$ est constante car elle représente le potentiel d'influence de m, c'est-à-dire le nombre d'unités, de temps par exemple, que m peut allouer entre i et j pour influer sur leur décision d'adoption.

Afin d'évaluer les effets induits par cet apprentissage, nous avons réalisé plusieurs séries de simulations d'avalanches. Un innovateur entraîne derrière lui une avalanche de suiveurs avec une probabilité d'influence homogène p inférieure à 1/k. Nous simulons alors différentes avalanches suivant une méthode de type Monte-Carlo. Nous mesurons les durées d'avalanches ainsi que leur taille. Nous obtenons une distribution exponentielle des durées d'avalanches conformément à ce qui a été expliqué plus haut. Nous introduisons ensuite un processus d'apprentissage sur le réseau social, répété durant le déroulement de 150 avalanches successives. Nous mesurons à nouveau la distribution des durées des avalanches. Elle n'est plus exponentielle mais suit une loi de puissance (Figure 3). Plus précisément, un ajustement, représenté sur la figure, montre ici une probabilité proportionnelle à l'inverse du carré de la durée.

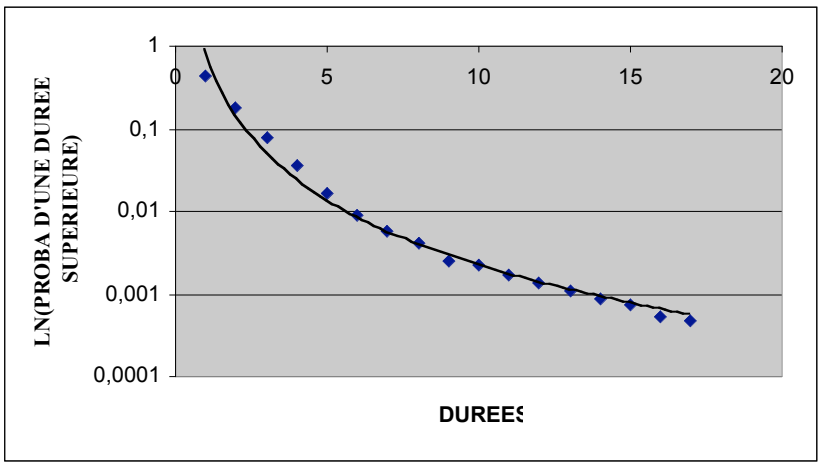

Figure 3. Distribution inverse cumulée des durées d'avalanches après apprentissage

La structure du réseau d'influence a donc été profondément modifiée. Cependant, la loi obtenue possède des moments de premier et second ordre finis. Il en résulte que les avalanches ont des durées finies et que nous ne sommes pas dans le cas d'une croissance exponentielle qui envahit l'ensemble du réseau, sans autre limite que la taille du réseau elle-même. Nous ne sommes donc pas dans le cas du réseau sur-critique de la théorie de la percolation. Inversement, nous ne sommes pas non plus dans le cas du réseau sous-critique. En effet les simulations montrent qu'avec ou sans apprentissage, la taille des avalanches, c'est-à-dire le nombre total d'adopteurs générés par chacune d'entre elles, est une proportionnelle à une puissance de leur durée. La Figure 4 en montre un exemple après apprentissage. On note que la puissance est supérieure à 1 (l'ajustement optimal est obtenu pour une puissance 1,18).

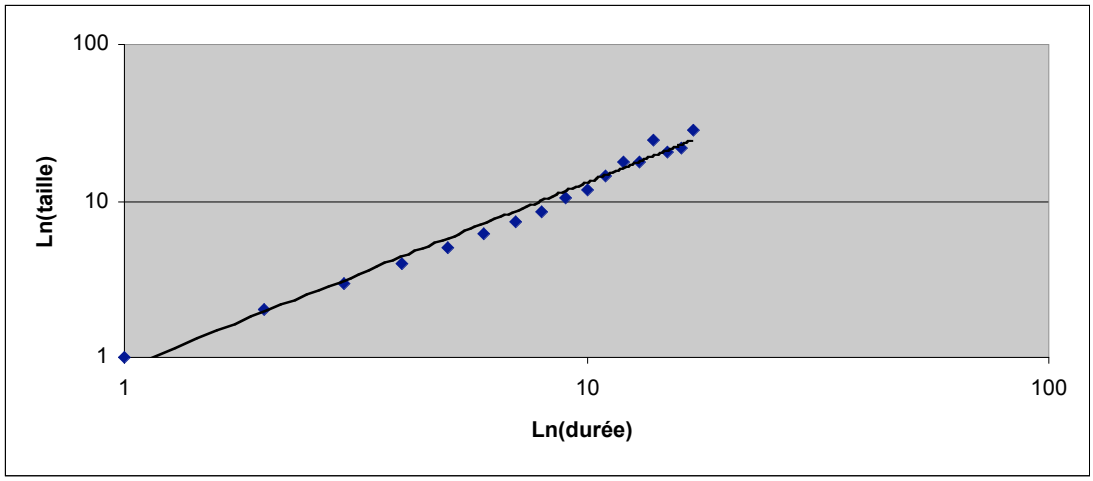

Figure 4. Relation entre taille et durée des avalanches.
Exemple après apprentissage

Il y a donc toujours un effet d'amplification de la part du réseau social. Si l'apprentissage était poussé trop loin, cet effet d'amplification finirait par disparaître, puisque, à la limite, chaque individu ne pourrait plus en influencer qu'un seul autre. En combinant d'une part cette relation entre la taille et la durée des avalanches, et d'autre part la distribution en loi de puissance, on obtient une nouvelle distribution en loi de puissance pour les tailles des avalanches. Sur notre exemple l'exposant de la loi obtenue est alors égal à 2,7. Cette loi de puissance possède donc une variance infinie. Il n'est par conséquent pas possible de calculer un écart-type relatif à la taille des avalanches. Ces dernières sont susceptibles de s'étendre dans des proportions toujours plus importantes du réseau social, sans qu'il soit possible de construire un intervalle de confiance bornant le phénomène. En revanche, on dispose d'un intervalle de confiance temporel c'est-à-dire relatif à la durée des avalanches.

Nous mettons donc ici en évidence un nouvel état du réseau social. Il ressemble à l'état critique de la théorie de la percolation, dans le sens où il est intermédiaire entre les états sur-critique et sous-critique décrits plus haut. Comme dans l'état sur-critique, la dimension spatiale des avalanches est non bornée et comme dans l'état sous-critique le dimension temporelle des avalanches est bornée (Tableau 1, ci-dessous). Mais, contrairement à l'état critique de la percolation qui n'existe que pour une valeur très précise du paramètre p, ce nouvel état émerge spontanément de l'apprentissage sans qu'aucun réglage fin n'ait à intervenir. L'état critique que nous proposons a donc toutes

les chances d'être observé car il est spontané et robuste. Il est à rapprocher de l'état de criticalité auto-organisée décrit en physique [Bak, Tang and Wiesenfeld, 1987]. Mais nous y parvenons ici par un chemin radicalement différent de celui du tas de sable que proposent ces mêmes physiciens. Notre démarche s'apparente davantage à celle de l'apprentissage dans les réseaux de neurones [Plouraboué *et al.*, 1998].

Le Tableau 1 ci-dessous, décrit par conséquent les trois états du réseau social ayant une probabilité non nulle d'être observés; il en énumère les caractéristiques propres en termes de la tendance de croissance et du bruit dans le début de la courbe de diffusion.

Tableau 1. Les trois états du réseau social

Etat	Sous-critique	Critique	Sur-critique
Echelle de temps	Finie	Finie	Infinie
Echelle d'espace	Finie	Infinie	Infinie
Théorie	De la percolation	Des avalanches	De la percolation
Tendance	Linéaire	Puissance	Exponentiel
Bruit	Borné (loi normale)	Non borné (loi de Pareto)	Borné (loi normale)

Dans ce nouvel état issu naturellement de l'apprentissage social le bruit que l'on observe dans la courbe de diffusion est infiniment variant et ne remplit donc pas les conditions d'application du théorème central limite. De ce fait, les prévisions basées sur l'économétrie apparaissent non robustes et, d'une manière générale, toute extrapolation simple des taux de croissance, comme beaucoup de praticiens en font, reste très hasardeuse. C'est pour cette raison que, selon nous, les prévisions de succès et d'échec de l'introduction d'innovations ou de nouveaux produits restent un exercice d'une très grande difficulté et ceci même bien après que le produit soit lancé.

CONCLUSION

La prise en compte du cheminement de l'influence dans un réseau social montre à quel point la question de la diffusion est un phénomène complexe dont l'issue est entachée d'incertitude. Le faible niveau de performance des modèles prévisionnels économétriques s'explique pour l'essentiel par leur incapacité à intégrer les effets relatifs à la topologie des réseaux d'influence et au positionnement en leur sein d'individus innovateurs. Or ces questions de structure sont, comme on l'a vu, déterminantes et ce d'autant plus fortement que l'on veut bien considérer le réseau social non pas comme figé mais comme une structure apprenante. L'évolution des relations d'influence, fondée sur un simple principe d'homophilie, conduit à une transformation radicale des dynamiques de diffusion et à l'apparition de processus distribués en loi de puissance, de manière similaire aux états de criticalité auto-organisée décrits en physique, mais également observés empiriquement dans de nombreux phénomènes en sciences sociales. La prise en compte du réseau social dans les modèles de diffusion de l'innovation constitue par conséquent un enjeu incontournable afin de pallier les faiblesses des modèles logistiques traditionnels.

BIBLIOGRAPHIE

BAK P., TANG C. and WIESENFELD K., “Self Organised Criticality”, *Phys. Rev. Lett.* 59, 1987, 381.

BALA, V., GOYAL, S., “A Noncooperative Model of Network Formation”, *Econometrica* 68, 2000, p. 1181-1229.

BASS F.M., “A New Product Growth Model for Consumer Durables”, *Management Science*, 15, 1969, p. 215-227

BIKHCHANDANI S., HIRSHLEIFER D., WELCH I., “Learning from the Behavior of Others ; Conformity, Fads, and Informational Cascades”, *The Journal of Economic Perspectives*, Vol.12, n°3 (summer), 1998, p. 151-170

BOURDIEU P., «Le capital social : Notes provisoires», *Actes de la Recherche en Sciences Sociales* 3, 1980, p. 2-3.

COLEMAN J.S., “Social Capital in the Creation of Human Capital”, *American Journal of Sociology* 94, 1988, p. S95-S121.

DEGENNE A., FORSÉ M., *Les réseaux sociaux*, Armand Colin, Paris, 1994.

DEROÏAN F., “Formation of social networks and diffusion of innovations”, *Research Policy* 31, 2002, p. 835-846.

DEROÏAN F., STEYER A., ZIMMERMANN J.-B., «Apprentissage social et diffusion de l'innovation : réseaux critiques et intermédiarité», *Revue d’Economie industrielle*, n°103, 2e et 3e trimestre, 2003, p. 71-89.

DEROÏAN F., ZIMMERMANN J.B., «Cumul d'influence et réseaux sociaux : une application aux processus de diffusion de l'innovation», *Revue d'économie Industrielle*, n° 96, 3e trimestre 2001, p. 7-27.

FREEMAN L., “Centrality in social networks – Conceptual clarification”, *Social Networks* 1, 1979, p. 215-239

GRANOVETTER M., “The strength of weak ties – a network theory revisited”, in D.Marsden and N.Lin (eds.), *Social Structure and Network Analysis* , Beverley Hills, CA, Sage, 1982, p. 105-130.

HAMIACHE, G., “A Value with Incomplete Communication”, *Games and Economic Behavior* 26, 1999, p. 59-78

LAZZARATO M., *Puissances de l’invention – la psychologie économique de Gabriel Tarde conte l’économie politique*, Les empêcheurs de penser en rond, Paris, Le Seuil, 2002.

LIN N., “Building a Network Theory of Social Capital”, *Connections* 22 (1), 1999, p. 28-51.

PENARD T., «Mythes et réalités du commerce électronique : une revue des études empiriques», M. Baslé et T. Pénard (éds.), *Economica*, «e-Europe : la société européenne de l'information en 2010», 2002, p. 121-153.

PLOURABOUÉ F., A. STEYER, J.-B. ZIMMERMANN, “Learning induced criticality in consumers adoption pattern : a neural network approach”, *Economics of Innovation and New Technology,* vol. 6, 1998, p. 73-90.

ROGERS E.M., *Diffusion of Innovation*, Third edition, Macmillan Publishing Co, 1983

RUMSEY D., “Connecting the past with the present: On ties to the Early Years of Social Network Research”, *Connections* 21(1), 1998, p. 39-48.

STEYER A., «La théorie des avalanches, physique sociale des phénomènes de propagation», *Habilitation à diriger les recherches*, Université de Pau et des pays de l’Adour, 1995.

STEYER A., ZIMMERMANN J.B., "On the Frontier : Structural Effects in a Diffusion Model based on Influence Matrixes", P. Cohendet, P. Lerena, H. Sthan. and G. Umbauer (eds.), *The Economics of Networks*, Springer, 1998.

VALENTE T. W., *Network Models of the Diffusion of Innovations*, Hampton Press, 1995.